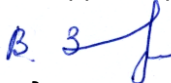


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
подпись, расшифровка подписи  
19.06.2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.10 Теория Лере-Шаудера, ее обобщения и приложения

- 1. Шифр и наименование направления подготовки:**  
01.03.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-04 от 18.06.2020 г.
- 8. Учебный год:** 2023-2024 **Семестр(-ы):** 7

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью курса является освоение основных понятий теории степени Лере-Шаудера и овладение методами применения этой теории к решению различных математических задач.

Задачи изучения дисциплины

- ознакомление с современными методами нелинейного анализа и топологических методов анализа
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Теория Лере-Шаудера, её обобщения и приложения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, функциональный анализ, топологические методы нелинейного анализа.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами нелинейного анализа, обладать полными знаниями функционального анализа.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способность сбора, обработки, анализа и исследований в области уравнений в частных производных и уравнений математической физики	ПК-1.1	Выбирает и анализирует информацию с целью составления адекватной математической модели изучаемого объекта	Знать: зарубежную и отечественную литературу в предметной области Уметь: работать с различными источниками научной информации, составлять математические модели различных процессов Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами
		ПК-1.2	Применяет классические методы исследования математических моделей в области уравнений в частных производных и уравнений математической физики	Знать: концептуальные основы методов исследования математических моделей в предметной области; основные методы доказательства математических утверждений в области уравнений в частных производных и математической физики Уметь: формулировать постановки основных задач математической физики, в том числе в $n$ -мерных линейных пространствах; формулировать и доказывать теоремы существования, единственности, корректной постановки задач для дифференциальных уравнений Владеть: теоретическими подходами к исследованию математических моделей в области уравнений с частными производными; навыками работы в информационных современных системах
		ПК-1.3	Использует методы исследования уравнений в частных производных и уравнений математической физики с целью анализа качественных свойств решений	Знать: различные методы исследования разрешимости математических моделей Уметь: выделять качественные свойства решений математических моделей Владеть: методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения к исследованию

			составленных математических моделей	решений задачи и анализу качественных свойств
--	--	--	-------------------------------------	---

## 12. Структура и содержание учебной дисциплины:

Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 4 / 144

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		7
Аудиторные занятия	52	52
в том числе:		
лекции	26	26
практические	26	26
лабораторные		
Самостоятельная работа	56	56
Форма промежуточной аттестации (экзамен)	36	36
Итого:	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Степень отображений областей $n$ -мерного пространства	Проверка независимости от выбора ориентации пространства. Доказательство равенства степеней конечномерного отображения и его сужения. Вычисление степени отображений областей $n$ -мерного линейного пространства	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183</a>
1.2	Вполне непрерывные отображения.	Критерии относительной компактности. Примеры	
1.3	Степень Лере-Шаудера	Определение. Корректность определения. Свойства. Вычисление степени простейших отображений Лере-Шаудера. Аналоги теоремы Хопфа и теоремы Борсука.	
1.4	Гомотопность вполне непрерывных векторных полей	Признаки. Различные варианты теоремы Шаудера. Теорема Пеано.	
1.5	Разрешимость некоторых ДУ	Разрешимость задачи Коши для ОДУ, Исследование разрешимости конкретных начальных задач ДУ.	
1.6	Спектральные свойства вполне непрерывных операторов	Примеры вполне непрерывных векторных полей. Вычисление индекса особой точки вполне непрерывного векторного поля.	
1.7	Уравнения с параметром	Примеры. Достаточное условие существования точек бифуркации. Теорема Красносельского. Теорема Рабиновича о глобальной бифуркации. Приложения	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Степень отображений областей $n$ -мерного пространства	Проверка независимости от выбора ориентации пространства. Доказательство равенства степеней конечномерного отображения и его сужения. Вычисление степени отображений областей $n$ -мерного линейного пространства	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183</a>
2.2	Вполне непрерывные отображения.	Критерии относительной компактности. Примеры	
2.3	Степень Лере-Шаудера	Определение. Корректность определения. Свойства. Вычисление степени простейших отображений Лере - Шаудера. Аналоги теоремы Хопфа и теоремы Борсука.	

2.4	Гомотопность вполне непрерывных векторных полей	Признаки. Различные варианты теоремы Шаудера. Теорема Пеано.
2.5	Разрешимость некоторых ДУ	Разрешимость задачи Коши для ОДУ, Исследование разрешимости конкретных начальных задач ДУ.
2.6	Спектральные свойства вполне непрерывных операторов	Примеры вполне непрерывных векторных полей. Вычисление индекса особой точки вполне непрерывного векторного поля.
2.7	Уравнения с параметром	Примеры. Достаточное условие существования точек бифуркации. Теорема Красносельского. Теорема Рабиновича о глобальной бифуркации. Приложения

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Степень отображений областей $n$ -мерного пространства	3	3	-	8	14
2	Вполне непрерывные отображения.	3	3	-	8	14
3	Степень Лере-Шаудера	4	4	-	8	16
4	Гомотопность вполне непрерывных векторных полей	4	3	-	8	15
5	Разрешимость некоторых ДУ	3	4	-	8	15
6	Спектральные свойства вполне непрерывных операторов	5	5	-	8	18
7	Уравнения с параметром	4	4	-	8	16
	Контроль:	-	-	-	-	36
	Итого:	26	26	-	56	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Теория Лере-Шаудера, её обобщения и приложения» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры. Если при решении примеров возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937)

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа : учебное пособие / В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.
2	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа, / Издательство «Лань», 2009, 272 с
3	Смагин В.В. Действительный анализ : [учебное пособие] / Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015.- 61 с. <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-29.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-29.pdf</a> .
4	Колмогоров А. Н.. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Московский гос. ун-т им. М.В.Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2012 .— 570 с

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 81 с
6	Ниренберг Л.. Лекции по нелинейному функциональному анализу / Л. Ниренберг ; пер. с англ. Н.Д. Введенской .— М. : Мир, 1977 .— 232 с.
7	Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно-методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с.
8	Введение в топологию : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко .— 2-е изд., доп. — М. : Наука : Физматлит, 1995 .— 414 с.
9	Теория степени конечномерных отображений: учеб. пособие для студентов 3 курса мат. фак. / сост. Д. А. Воротников, В. Г. Звягин.-Воронеж: ВГУ, 2002.-58 с.
10	Красносельский М. А. Геометрические методы нелинейного анализа / М. А. Красносельский, П.П.Забрейко.-М.: Наука, 1975.-510 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
11	<a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> - электронный каталог ЗНБ ВГУ
12	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»
13	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183</a> - электронный курс
14	<a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a> – Сайт факультета

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа, / Издательство «Лань», 2009, 272 с
2	Хелемский А. Я.. Лекции по функциональному анализу : [учебник] / А. Я. Хелемский .— М. : МЦНМО, 2004 .— 552 с.
3	Колмогоров А. Н.. Элементы теории функций и функционального анализа : [учебник] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин ; Московский гос. ун-т им. М.В.Ломоносова .— Изд. 7-е .— М. : Физматлит, 2004 .— 570 с
4	Введение в топологию : Учебное пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Математика" / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко .— 2-е изд., доп. — М. : Наука : Физматлит, 1995 .— 414 с.
5	Теория степени конечномерных отображений: учеб. пособие для студентов 3 курса мат. фак. / сост. Д. А. Воротников, В. Г. Звягин.-Воронеж: ВГУ, 2002.-58 с.
6	Красносельский М. А. Геометрические методы нелинейного анализа / М. А. Красносельский, П.П.Забрейко.-М.: Наука, 1975.-510 с.
7	Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007 .— 81 с
8	Ниренберг Л.. Лекции по нелинейному функциональному анализу / Л. Ниренберг ; пер. с англ. Н.Д. Введенской .— М. : Мир, 1977 .— 232 с.
9	Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно-методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-

	т. — Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с.
10	Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко. - М.:Изд-во МГУ, 1980.-439 с.
11	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

### 17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» <https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12183>.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

### 19. Фонд оценочных средств:

#### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Степень отображений областей $n$ -мерного пространства	ПК-1	ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Вполне непрерывные отображения.	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Степень Лере-Шаудера	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Гомотопность вполне непрерывных векторных полей	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
5	Разрешимость некоторых ДУ	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Спектральные свойства вполне непрерывных операторов	ПК-1	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
7	Уравнения с параметром	ПК-1	ПК-1.2, ПК-1.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен			Перечень вопросов к экзамену	

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

По теме 1. Степень отображений областей  $n$ -мерного пространства

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание:

Проверить выполнение свойства гомотопической инвариантности.

По теме 2. Вполне непрерывные отображения.

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание:

1. Задача 2.1.4

2. Привести пример компактного отображения

По теме 3 Степень Лере-Шаудера

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание:

Показать применение леммы 2.2.5 в доказательстве корректности определения степени Лере-Шаудера

По теме 4. Гомотопность вполне непрерывных векторных полей

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задания:

1. Показать сходства и отличия признаков гомотопии отображений Лере-Шаудера (теорема Руше, теорема об остром угле и теорема Пуанкаре).

2. Доказать теорему 2.7.3, 2.7.5

По теме 5. Разрешимость некоторых ДУ

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание: Доказать теорему 2.7.7

По теме 6. Спектральные свойства вполне непрерывных операторов

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание: Доказать теорему 2.8.8, 2.8.9, 2.8.10

По теме 7. Уравнения с параметром

Звягин В.Г. Введение в топологические методы нелинейного анализа/ В.Г. Звягин ; Воронежский государственный университет. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2014. — 291 с.

Задание: Доказать теорему 2.8.25

### **Примерный перечень задач для контрольной работы №1:**

#### **Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Независимость степени от выбора точки  $p$  в компоненте связности дополнения образа границы области
2. Теорема Перрона-Фробениуса

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и

навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Теория Лере-Шаудера, её обобщения и приложения» проводится в форме экзамена. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округление десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Примерный перечень вопросов:

1	Лемма Лере-Шаудера о равенстве степеней отображения и его сужения (без доказательства)
2	Вполне непрерывные отображения. Критерий относительной компактности (без доказательства)
3	Определение степени Лере-Шаудера вполне непрерывных векторных полей
4	Корректность определения степени Лере-Шаудера вполне непрерывных векторных полей
5	Свойства степени Лере-Шаудера вполне непрерывных векторных полей
6	Различные варианты теоремы Шаудера
7	Признаки гомотопности вполне непрерывных векторных полей
8	Аналог теоремы Борсука
9	Приложение: Теорема Пеано
10	Определение и свойства особых точек вполне непрерывного векторного поля
11	Обзор спектральных свойств линейных вполне непрерывных операторов



12	Вычисление степени линейных вполне непрерывных векторных полей
13	Вычисление индекса особой точки вполне непрерывного векторного поля (без доказательства)
14	Уравнения с параметром. Точки ветвления и точки бифуркации
15	Необходимое условие существования точек бифуркации
16	Достаточное условие существования точек бифуркации. Теорема М.А. Красносельского

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умения применять знания в профессиональной сфере;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетворительно

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1 Какое название имеет следующая аксиома теории степени  $d(f, \bar{D}, p) = d(f, \bar{D}_1, p) + d(f, \bar{D}_2, p)$ ,  $D_i \subset D$ ,  $D_1 \cap D_2 = \emptyset$ ?

- а) аксиома нормировки;
- б) аксиома аддитивной зависимости от области;
- в) аксиома гомотопической инвариантности.

№2 Выберите правильную формулировку основной теоремы теории степени.

- а) Пусть  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ ,  $(f, \bar{D}, p) \neq 0$ . Тогда  $f(x) = p$  имеет решение  $x^* \in D$ .
- б) Пусть  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ ,  $(f, \bar{D}, p) \neq 0$ . Тогда  $f(x) \neq p$  имеет решение  $x^* \in D$ .
- в) Пусть  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ ,  $(f, \bar{D}, p) = 0$ . Тогда  $f(x) = p$  имеет решение  $x^* \in D$ .
- г) Пусть  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ ,  $(f, \bar{D}, p) = 0$ . Тогда  $f(x) = p$  не имеет решений.

№3 Если  $f(x_0) = p$ , а  $x_0 \in D$ , точка  $x_0$  называется?

- а) изолированной точкой;
- б) точкой перегиба;
- в)  $p$  - точка.

№4 Для любой области  $D \in B$  такой, что  $D \neq \emptyset$  и любых  $f \in C(\bar{D})$ ,  $p \notin f(\partial D)$ , если  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ , то  $(f - p, \bar{D}, 0) \in \Sigma$  и имеет место равенство  $d(f, \bar{D}, p) = d(f - p, \bar{D}, 0)$ . Данная аксиома носит название аксиомы

**однородности.**

№5 Для любой области  $D \in B$  такой, что  $D \neq \emptyset$  и любых  $f \in C(\bar{D})$ ,  $p \notin f(\partial D)$ , если  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$ , то  $(f - p, \bar{D}, 0) \in \Sigma$ ,  $d(f, \bar{D}, p)$  и  $d(f - p, \bar{D}, 0)$ ...

- а) равны;
- б) не равны.

№6 Пусть  $D_1, \dots, D_m \in B$ ,  $D_0 = \bigcup_{i=1}^m D_i$ ;  $D_i \cap D_j = \emptyset$  при  $i \neq j$ ,  $i \neq 0$ ,  $j \neq 0$ ,  $(f, \bar{D}_0, p) \in \Sigma$ . Тогда определены степени  $d(f, \bar{D}_i, p)$ ,  $i = 1, \dots, m$ , а также  $d(f, \bar{D}_0, p)$  и  $\sum_{i=1}^m d(f, \bar{D}_i, p)$

- а) равны;
- б) не равны.

№7 Если  $p \notin f(\bar{D})$ , то  $(f, \bar{D}, p) \in \Sigma$  и  $d(f, \bar{D}, p)$  равна

0

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-04 от 18.06.2020 г.